

DIVIDE ET IMPERA¹

Oszd meg és uralkodj módszer

A módszer lényege:

- **Felbontjuk a feladatot két vagy több részfeladatra**
- A részfeladatokat továbbbontjuk kisebb részfeladatokra
-
- Addig ismételjük, amíg a részfeladatok nagyon egyszerűekké (azonnalikká) válnak
- Megoldjuk a részfeladatokat.
- **Felépítjük a részmegoldásokból a feladat teljes megoldását.**
- A **rekurzív** programozási módszert használjuk.

Maximumkeresés

Adott egy n elemű tömb, határozzuk meg divide et impera módszerrel a legnagyobb elemét.

A módszer lényege:

- Felosztjuk a tömböt két egyforma részre (a felénél)
- Megkeressük az első felének a legnagyobb elemét (a)
- Megkeressük a második felének a legnagyobb elemét (b)
- Összehasonlítjuk ezt a két értéket ($a < b$), és a megfelelőt térítjük vissza

Hogyan keressük a felosztott részek legnagyobb elemét? (Kiadjuk parancsba) vagyis Ugyanazt megcsináltatjuk a két fél tömbbel is (felosztjuk, megkeressük, megkeressük, összehasonlítjuk)

...

És ezt addig folytatjuk (vagyis osszuk), amíg a felosztott rész, már csak egy elemből áll!

Nah, akkor pont az az egy elem lesz a **maximum!**

A megoldás módszere: REKURZIÓ

A **STOP** feltétel: amikor már csak egy elemből áll a rész.

¹ A latin divide et impera kifejezés, magyarul „Oszd meg és uralkodj!”, a Római Birodalom politikai módszerét kifejező elv, mely később többek közt XI. Lajos francia uralkodó mottója is lett.

A módszer értelmében, ha az ellenfelek közül egyeseknek ígérünk bizonyos előnyt, míg másoknak nem, ezáltal az ellenfelek sorai megbonthatóak, az ellenfelek külön-külön könnyebben legyőzhetőek, illetve ellenőrzés alatt tarthatóak.

Szemléltetés:

A tömb	<table border="1"> <tr> <td>5</td><td>12</td><td>15</td><td>7</td><td>14</td><td>23</td><td>9</td><td>15</td> </tr> </table>	5	12	15	7	14	23	9	15
5	12	15	7	14	23	9	15		
Felosztjuk két részre	<table border="1"> <tr> <td>s_1</td> <td>s_2</td> </tr> <tr> <td>5 12 15 7</td> <td>14 23 9 15</td> </tr> </table>	s_1	s_2	5 12 15 7	14 23 9 15				
s_1	s_2								
5 12 15 7	14 23 9 15								
Tovább osztjuk:	<table border="1"> <tr> <td>s_{11}</td> <td>s_{12}</td> <td>s_{21}</td> <td>s_{22}</td> </tr> <tr> <td>5 12</td> <td>15 7</td> <td>14 23</td> <td>9 15</td> </tr> </table>	s_{11}	s_{12}	s_{21}	s_{22}	5 12	15 7	14 23	9 15
s_{11}	s_{12}	s_{21}	s_{22}						
5 12	15 7	14 23	9 15						
Tovább osztjuk, de már csak egy- egy elemből fog állni:	<table border="1"> <tr> <td>5</td><td>12</td><td>15</td><td>7</td><td>14</td><td>23</td><td>9</td><td>15</td> </tr> </table>	5	12	15	7	14	23	9	15
5	12	15	7	14	23	9	15		
Összehasonlítjuk és kiválasztjuk a nagyobbat	<table border="1"> <tr> <td>$r_{11} = 12$</td> <td>$r_{12} = 15$</td> <td>$r_{21} = 23$</td> <td>$r_{22} = 15$</td> </tr> </table>	$r_{11} = 12$	$r_{12} = 15$	$r_{21} = 23$	$r_{22} = 15$				
$r_{11} = 12$	$r_{12} = 15$	$r_{21} = 23$	$r_{22} = 15$						
Ezeket is összehasonlítjuk, és kiválasszuk a nagyobbat	<table border="1"> <tr> <td>$r_{11} = 12$</td> <td>$r_{12} = 15$</td> <td>$r_{21} = 23$</td> <td>$r_{22} = 15$</td> </tr> <tr> <td colspan="2">$r_1 = 15$</td> <td colspan="2">$r_2 = 23$</td> </tr> </table>	$r_{11} = 12$	$r_{12} = 15$	$r_{21} = 23$	$r_{22} = 15$	$r_1 = 15$		$r_2 = 23$	
$r_{11} = 12$	$r_{12} = 15$	$r_{21} = 23$	$r_{22} = 15$						
$r_1 = 15$		$r_2 = 23$							
Tovább hasonlítjuk	<table border="1"> <tr> <td>$r_1 = 15$</td> <td>$r_2 = 23$</td> </tr> <tr> <td colspan="2">$r = 23$</td> </tr> </table>	$r_1 = 15$	$r_2 = 23$	$r = 23$					
$r_1 = 15$	$r_2 = 23$								
$r = 23$									

A program:

<pre>int v[100],n;</pre>	Értelmezzük a tömböt
<pre>int max(int i ,int j) { int a,b; if (i==j) return v[i] ; else { a=max(i, (i+j)/2); b=max((i+j)/2+1,j); if (a>b) return a; else return b; } }</pre>	<p>Az alprogram i az intervallum kezdetének, j a végének az indexe a,b helyi változó, ők lesznek az aktuális maximumok $i=j$, azt jelenti, hogy már csak egy elem van</p> <p>az intervallum felének az indexe: $(i+j)/2$ a az első résznek less a maximum i-től a feléig b a második résznek a fele+1-től a végéig összehasonlítjuk őket, és a nagyobbikat térítjük vissza</p>
<pre>int main() { cout<<"n="; cin>>n; for (int i=1;i<=n;i++) { cout<<"v["<<i<<"]=""; cin>>v[i]; } cout<<"max="<<max(1,n); }</pre>	<p>Főprogram</p> <p>Beolvassuk a tömb: - dimenzióját - elemeit</p> <p>Meghívjuk a függvényt az 1-től n-ig intervallumra, kiírjuk a megoldást</p>

Bináris keresés

Adott egy n elemű tömb, elemei növekvő sorba helyezve, és egy x szám.

Határozzuk meg a **binaries** keresés módszerével, hogy a szám megtalálható-e a tömb elemei között. Használjuk a *divide et impera* módszert.

Magyarázat:

- A tömböt két egyenlő részre osszuk a felénél
- Teszteljük, hogy a keresett szám, egyenlő-e kisebb vagy nagyobb a középen lévő számnál, s ennek megfelelően:
 - o Visszatérítjük a pozíciót, ahol megtaláltuk
 - o Keressük a számot a tömb első felében
 - o Keressük a számot a tömb második felében
- STOP FELTÉTEL: $i > j$

A rekurzív függvény:

```
int keres (int i, int j)
{
    if(i>j)
        return -1;
    else
    {
        m =(i+j)/2;
        if (x==v[m])
            return m;
        if (x<v[m])
            return keres(i,m-1);
        else
            return keres(m+1,j);
    }
}
```

Hanoi tornyai²

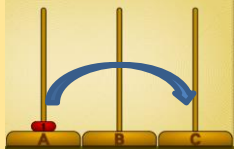
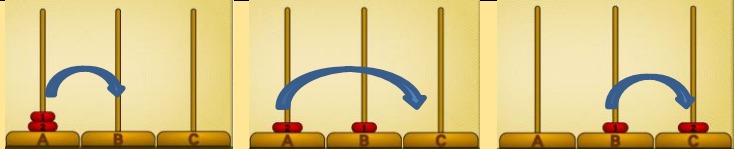
Adott három rúd. Az egyik rúdon n darab, különböző átmérőjű korongokat található. Ezeket kell átpakolni egy másik rúdra, az alábbi szabályok betartása mellett:



- egyszerre csak egy korong mozgatható;
- mindig csak a legfelső korongot szabad levenni és áttenni egy másik rúdra;
- egy korong nem rakható nála kisebb átmérőjű korongra.

<https://www.novelgames.com/en/tower/>

Magyarázat:

n=1		A → C	1 lépés
n=2		A → B A → C B → C	3 lépés
n=3	3 korong esetén a feladat megoldása nem túl bonyolult, https://www.novelgames.com/en/tower/	A → C A → B C → B A → C B → A B → C A → C	7 lépésből megoldható.
n	n-1 korongot átpakolunk B –re C segítségével 1 korongot C -re n-1 korongot átpakolunk C –re A segítségével		$2^n - 1$ lépés

² Ez úgy is ismert, mint **Brahma tornyai**, vagy világvége feladvány.

A játékot 1883-ban Édouard Lucas francia matematikus találta fel.

Az ötletet egy legendából kapta, ami szerint a világ megteremtésekor egy 64 korongból álló hanoi torony feladványt kezdtek el „játszani” Brahma szerzetesei. A szabályok azonosak. A legenda szerint, amikor a szerzetesek végeznek majd a korongok átjuttatásával a harmadik rúdra, a kolostor összeomlik, és a világunk megszűnik létezni.

Forrás, levezetés gif: https://hu.wikipedia.org/wiki/Hanoi_tornyai

A rekurzív függvény:

$$H(n, a, b, c) = \begin{cases} ab, & n = 1 \\ H(n-1, a, c, b), ab, H(n-1, c, b, a), & n > 1 \end{cases}$$

A program:

```
#include <iostream>
using namespace std;

long k;
void Hanoi(int n, char a, char b, char c)
{
    k++;
    if (n == 1)
    {
        cout << "Pakold az " << n << " korongot: " << a << " rol " << b << " re " << endl;
    }
    else
    {
        Hanoi(n-1, a, c, b);
        cout << "Pakold az " << n << " korongot: " << a << " rol " << b << " re " << endl;
        Hanoi(n-1, c, b, a);
    }
}

int main()
{
    int n;
    cout << "Hány korongod van: " << endl;
    cin >> n;
    Hanoi(n, 'A', 'B', 'C');
    cout << "A pakolasok szama " << k << endl;
    return 0;
}
```